

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

Μάθημα : Μαθηματικά Προσανατολισμού Β΄ Λυκείου	
Καθηγητής/τρια:	Χρόνος: 2 ώρες
Όνοματεπώνυμο:	Τμήμα:

ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ Α.

A.1. Αν $M(x, y)$ το μέσο του ευθυγράμμου τμήματος AB με $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ να δείξετε ότι $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$ και $y = \frac{y_1 + y_2}{2}$.

Μονάδες 10

A.2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν , γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α) Αν $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ τότε $\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$.

β) Τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \vec{i} - 2\vec{j}$ και $\vec{\beta} = (1, -2)$ είναι ίσα.

γ) Αν $\vec{\alpha} = (\lambda^2 - 1, \lambda^2 - 3\lambda + 2)$, $\vec{\alpha} \neq \vec{0}$ και $\vec{\alpha} \parallel \mathbf{x}'\mathbf{x}$ τότε $\lambda = 2$.

δ) Ισχύει πάντα η ισοδυναμία $\vec{\alpha} = \vec{\beta} \Leftrightarrow |\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}|$.

ε) Αν $\vec{\alpha} \uparrow \downarrow \vec{\beta}$ τότε $|\vec{\alpha} - \vec{\beta}| = |\vec{\alpha}| - |\vec{\beta}|$

Μονάδες 10

Θέμα 2°

Δίνονται τα σημεία $A(3,5)$, $B(2,1)$, $\Gamma(4,7)$ και M το μέσο της $B\Gamma$.

α) Να βρείτε τα διανύσματα \overrightarrow{AB} , $\overrightarrow{A\Gamma}$

Μονάδες 6

β) Να δείξετε ότι τα σημεία A, B, Γ είναι κορυφές τριγώνου.

Μονάδες 4

γ) Να βρείτε το μέτρο $|\overrightarrow{AM}|$ της διαμέσου του τριγώνου $AB\Gamma$

Μονάδες 7

δ) Αν $\overrightarrow{AB} = (-1, -4)$ και $\overrightarrow{A\Gamma} = (1, 2)$ να γράψετε το διάνυσμα $\vec{v} = (-2, -2)$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A\Gamma}$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 3^ο

Γ.1. Θεωρούμε τρίγωνο $AB\Gamma$ και τα σημεία Δ, E και Z τέτοια ώστε $\overrightarrow{A\Delta} = \overrightarrow{\Delta B}$, $\overrightarrow{AZ} = \frac{3}{5}\overrightarrow{A\Gamma}$ και $\overrightarrow{BE} = 3\overrightarrow{B\Gamma}$

α) Να αποδείξετε ότι $\overrightarrow{\Delta Z} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{A\Gamma}$ και $\overrightarrow{\Delta E} = -\frac{5}{2}\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{A\Gamma}$.

Μονάδες 7

β) Να αποδείξετε ότι τα σημεία Δ, Z και E είναι συνευθειακά.

Μονάδες 5

Γ.2.

α) Αν επιπλέον AM, BN και ΓK είναι οι διάμεσοι του παραπάνω τριγώνου και $\overrightarrow{AB} = \vec{\gamma}$, $\overrightarrow{B\Gamma} = \vec{\alpha}$, $\overrightarrow{\Gamma A} = \vec{\beta}$, να υπολογίσετε τα αθροίσματα:

i. $\vec{\alpha} + \vec{\beta} + \vec{\gamma}$

ii. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{\Gamma K}$

Μονάδες 7

β) Να βρείτε το διάνυσμα $\vec{\alpha}$ αν ισχύει ότι $\vec{\alpha} = (|\vec{\alpha}| - 4, 8)$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Δ

Δ.1. Δίνονται τα μη μηδενικά διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$, $\vec{\gamma}$. Αν ισχύει $\vec{\alpha} + \vec{\beta} + 3\vec{\gamma} = \vec{0}$ και

$$|\vec{\alpha}| = \frac{|\vec{\beta}|}{5} = \frac{|\vec{\gamma}|}{2} \text{ να αποδείξετε ότι:}$$

α) $\vec{\alpha} \uparrow\uparrow \vec{\beta}$

Μονάδες 7

β) $\vec{\beta} = 5\vec{\alpha}$ και $\vec{\gamma} = -2\vec{\alpha}$

Μονάδες 6

Δ.2. Αν τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ δεν είναι συγγραμμικά , να αποδείξετε ότι:

α) $-3\vec{\alpha} + 4\vec{\beta} \neq \vec{0}$

Μονάδες 5

β) και τα διανύσματα $2\vec{\alpha} + 3\vec{\beta}$ και $-3\vec{\alpha} + 4\vec{\beta}$ δεν είναι συγγραμμικά.

Μονάδες 7

Καλή επιτυχία