

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

| | |
|-----------------------------------|-----------------------|
| Μάθημα: ΑΛΓΕΒΡΑ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ | |
| Καθηγητής/τρια: | Χρόνος: 2 ΩΡΕΣ |
| Όνοματεπώνυμο: | Τμήμα: |

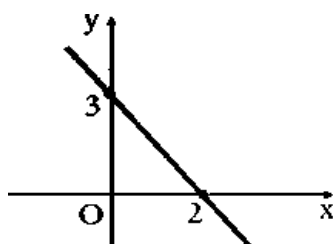
ΘΕΜΑΤΑ:

ΘΕΜΑ 1

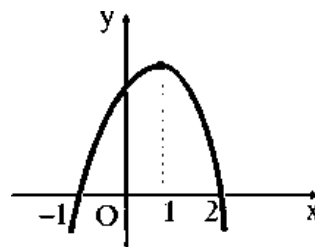
A) Να αποδείξετε την τριγωνομετρική ταυτότητα $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$.

7 Μονάδες

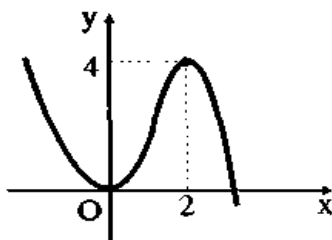
B) Με τη βοήθεια των παρακάτω γραφικών παραστάσεων να γράψετε τα διαστήματα στα οποία κάθε συνάρτηση είναι γνησίως αύξουσα, γνησίως φθίνουσα ή σταθερή.



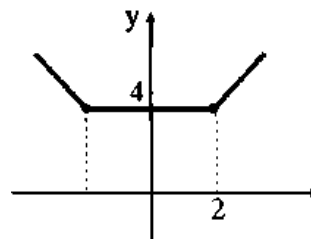
$$f(x) = -\frac{3}{2}x + 3$$



$$g(x) = -x^2 + x + 2$$



$$h(x) = -x^3 + 3x^2$$



$$t(x) = |x-2| + 2$$

8 Μονάδες

Γ) Να κυκλώσετε Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) στις παρακάτω προτάσεις. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στην περίπτωση Λάθους.

i) Το σύστημα $\begin{cases} xy = 1 \\ x + y = 0 \end{cases}$ είναι αδύνατο.

Σ Λ

ii) Αν $\eta\mu x = 0$, τότε ισχύει πάντα ότι $\sigma\upsilon\nu x = 1$.

Σ Λ

- iii) Αν για τη συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ισχύει ότι $f(1) < f(3) < f(2)$ τότε η f είναι
γνησίως αύξουσα. Σ Λ
- iv) Κάθε συνάρτηση έχει ελάχιστη και μέγιστη τιμή. Σ Λ
- v) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = |x|$ έχει κέντρο συμμετρίας
την αρχή των αξόνων. Σ Λ

10 Μονάδες

ΘΕΜΑ 2

A) Να λύσετε αλγεβρικά το σύστημα :
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ xy = -3 \end{cases}$$

10 Μονάδες

B) Δίνεται γωνία ω , με $\pi < \omega < \frac{3\pi}{2}$, για την οποία ισχύει ότι:

$$\frac{6\epsilon\varphi^2\omega}{1+\epsilon\varphi^2\omega} + 17\eta\mu\omega + 10 = 0$$

Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω .

15 Μονάδες

ΘΕΜΑ 3

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$.

A) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.

4 Μονάδες

B) Να δείξετε ότι η f είναι άρτια.

4 Μονάδες

Γ) Να δείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα στο $[-2, 0]$ και γνησίως φθίνουσα στο $[0, 2]$.

6 Μονάδες

Δ) Να δείξετε ότι η f έχει ελάχιστη τιμή το 0 και μέγιστη τιμή το 2 .

6 Μονάδες

E) Να εξετάσετε αν μπορεί η συνάρτηση f να έχει τιμή έναν αριθμό της μορφής $\alpha + \frac{1}{\alpha}$ με $\alpha \neq 0$.

5 Μονάδες

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = (\lambda - 1)x - \lambda^2 - 3$, η οποία είναι γνησίως φθίνουσα και η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο **A(2,-13)**.

A) Να βρείτε τον αριθμό λ .

5 Μονάδες

B) Για $\lambda = -2$, θεωρούμε το σημείο **B** της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f , με τεταγμένη -4 . Να βρείτε την τετμημένη του σημείου **B**.

4 Μονάδες

Γ) Δίνεται και η συνάρτηση $g(x) = \frac{\alpha(x-1)+20}{x^2+4}$ της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο **B**.

i) Να αποδείξετε ότι $\alpha = 20$.

4 Μονάδες

ii) Να εξετάσετε αν η g είναι άρτια ή περιττή.

5 Μονάδες

iii) Να αποδείξετε ότι η g έχει ελάχιστο το -5 και μέγιστο το 5 .

7 Μονάδες

!!! ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !!!