

Γλυφάδα 11/11/2017,

Μάθημα : Άλγεβρα Α Λυκείου	
Καθηγητής/τρια:	Χρόνος: 2 ώρες
Όνοματεπώνυμο:	Τμήμα:

**Θέμα Α**

**A.1** Να αποδείξετε ότι για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς  $\alpha$ ,  $\beta$  ισχύει  $|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$ .

**Μονάδες 10**

**A.2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν , γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α) Αν  $\alpha > \beta$  και  $\gamma > \delta$  τότε  $\alpha - \gamma > \beta - \delta$

β) Αν  $\alpha$ ,  $\beta$  δυο μη αρνητικοί πραγματικοί αριθμοί, τότε ισχύει η ισοδυναμία  $\alpha < \beta \Leftrightarrow \sqrt{\alpha} < \sqrt{\beta}$

γ) Αν  $\alpha > 3$  και  $\beta > \frac{1}{3}$  τότε ισχύει  $\alpha\beta > 1$  .

δ) Αν  $\alpha\beta \geq 0$  τότε ισχύει  $|\alpha + \beta| = |\alpha| + |\beta|$  .

ε) Για κάθε πραγματικό αριθμό  $x$  ισχύει η σχέση  $x^2 + 9 \geq 6x$  .

**Μονάδες 15**

**Θέμα Β**

**B.1.** Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις

$$A = \left( \frac{x}{x+1} - \frac{x}{x-1} \right) (x^2 - 1) \quad \text{και}$$

$$B = \left( \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-2} + \frac{2}{x^2-4} \right) \frac{x^2 - 4x + 4}{x+1} .$$

**Μονάδες 8**

**B.2.** Δίνεται η παράσταση  $A = \frac{x^2 - 9}{|x| + 3}$

α) Να βρείτε τις τιμές των  $x$  ώστε να ορίζεται η παράσταση  $A$

**Μονάδες 4**

β) Να απλοποιήσετε την παράσταση  $A$  και να αποδείξετε ότι  $A = |x| - 3$

**Μονάδες 7**

γ) Να λύσετε την εξίσωση  $A = 6 - |-x|$

**Μονάδες 6**

### Θέμα Γ

Δίνονται οι αριθμοί  $\alpha = \frac{1}{2 + \sqrt{2}}$ ,  $\beta = \frac{1}{2 - \sqrt{2}}$ .

α) Να αποδείξετε ότι

- i.  $\alpha + \beta = 2$
- ii.  $\alpha\beta = 1$
- iii.  $\alpha^2 + \beta^2 = 3$ .

**Μονάδες 12**

β) Αν  $\alpha + \beta < x < \alpha^2 + \beta^2$  να απλοποιήσετε την παράσταση

$$A = \frac{\sqrt{4x^2 - 4x + 1}}{2x - 1} + \frac{\sqrt{x^2 - 6x + 9}}{x - 3} - \frac{2x - 4}{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}$$

**Μονάδες 13**

**Θέμα Δ**

**Δ.1.** Δίνεται η παράσταση  $A = (x - y)^2 + 2y(2y - x - 1) + 10$  με  $x, y \in \mathbb{R}$  .

α) Αν  $A \leq 9$  να βρείτε τις τιμές των  $x, y$

**Μονάδες 7**

β) Για τους αριθμούς  $x, y$  που βρήκατε στο παραπάνω ερώτημα, να αποδείξετε ότι οι

αριθμοί  $\frac{y}{x + \sqrt{x}}$  και  $\frac{2y}{x - \sqrt{x}}$  είναι αντίστροφοι.

**Μονάδες 5**

**Δ.2.** Δίνονται οι πραγματικοί αριθμοί  $\alpha, \beta$  για τους οποίους ισχύει

$$(\alpha - 3)^2 + (\beta - 4)^2 = 4 .$$

α) Να αποδείξετε ότι  $1 \leq \alpha \leq 5$  και  $2 \leq \beta \leq 6$  .

**Μονάδες 6**

β) Να βρείτε τα όρια μεταξύ των οποίων βρίσκονται οι τιμές των παραστάσεων :

i.  $2\alpha + \beta$

ii.  $\alpha^2 - \beta$

**Μονάδες 7**

**Καλή επιτυχία**